

APOYO TEÓRICO**37 Sistemas de ecuaciones lineales II**

Para resolver analíticamente un sistema de ecuaciones existen varios métodos. Todos ellos permiten obtener el mismo resultado, y la utilización de uno u otro dependerá de cómo está planteado el sistema original.

Método de sustitución

Se debe despejar una de las variables en una de las ecuaciones, y luego reemplazarla en la otra ecuación.

$$\begin{cases} x - y = 1 & (a) \text{ Se despeja } x \text{ en la ecuación (a): } x = 1 + y \\ 2x - 3y = 1 & (b) \text{ Se reemplaza la "x" por "1 + y" en la ecuación (b): } 2(1 + y) - 3y = 1 \end{cases}$$

Se resuelve la ecuación, obteniéndose el valor de "y":

$$2 + 2y - 3y = 1 \Rightarrow 2 - y = 1 \Rightarrow -y = 1 - 2 \Rightarrow -y = -1 \Rightarrow y = 1$$

Se reemplaza el valor de "y" obtenido, en cualquiera de las dos ecuaciones, y se calcula el de "x":

$$x - 1 = 1 \Rightarrow x = 2$$

Se escribe el conjunto solución: $S = \{(2;1)\}$

Método de igualación

Se debe despejar en ambas ecuaciones la misma incógnita y luego igualar las ecuaciones obtenidas.

$$\begin{cases} 2x - 3y = 9 & (a) \\ x + y = -8 & (b) \end{cases} \text{ Se despeja "x" de ambas ecuaciones.}$$

$$(a): x = \frac{9 + 3y}{2} \quad (b): x = -8 - y$$

Se igualan ambas ecuaciones y se calcula el valor de "y":

$$\frac{9 + 3y}{2} = -8 - y \Rightarrow 9 + 3y = -16 - 2y \Rightarrow 3y + 2y = -16 - 9 \Rightarrow 5y = -25 \Rightarrow y = -5$$

Se reemplaza el valor de "y" obtenido, en cualquiera de las dos ecuaciones, y se calcula el de "x":

$$x + (-5) = -8 \Rightarrow -5 + x = -8 \Rightarrow x = -3$$

Se escribe el conjunto solución: $S = \{(-3;-5)\}$

1 Gráfica de la parábola

Para realizar el gráfico de una parábola, $f(x) = ax^2 + bx + c$, se deben calcular los elementos de la misma y luego representarla.

• Raíces de la parábola.

Son los puntos de intersección de la gráfica y el eje x, vale decir que $f(x) = 0$.

$$x_1; x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

• Vértice de la parábola.

$$x_v = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad \text{o} \quad x_v = \frac{-b}{2a} \quad y_v = f(x_v)$$

Las coordenadas del vértice son: $V = (x_v, f(x_v))$.

• Eje de simetría.

Es la recta que tiene por ecuación $x = x_v$.

• Ordenada al origen.

Es el punto de intersección de la gráfica con el eje y, vale decir que $f(0) = c$.

$$f(x) = x^2 + 2x - 3 \Rightarrow a = 1 \wedge b = 2 \wedge c = -3$$

Raíces:

$$x_1; x_2 = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2}$$

$$x_1; x_2 = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2}$$

$$x_1 = \frac{-2 + 4}{2} = 1$$

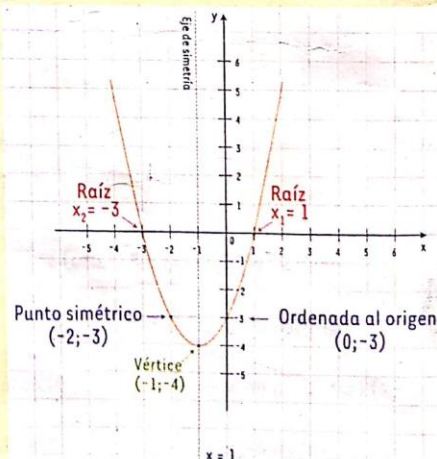
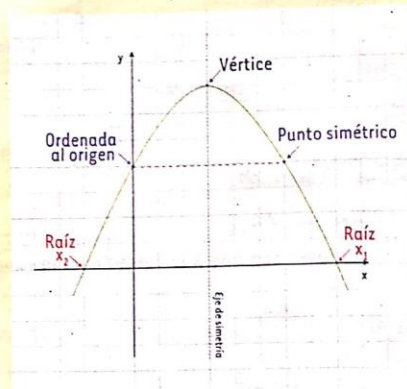
$$x_2 = \frac{-2 - 4}{2} = -3$$

Vértice:

$$x_v = \frac{-2}{2 \cdot 1} \Rightarrow x_v = -1$$

$$y_v = (-1)^2 + 2(-1) - 3 \Rightarrow y_v = -4$$

$$V = (-1; -4)$$



ACTIVIDADES PROPUESTAS

Estimados estudiantes, se les propone realizar una lectura y análisis del apoyo teórico para luego intentar resolver las siguientes actividades propuestas con la finalidad de ir avanzando y favorecer la continuidad pedagógica.

Desde ya les agradezco el esfuerzo y buena predisposición para la realización de las siguientes tareas, quedo a disposición de ustedes. Saludos cordiales.

1) Resolver las siguientes ecuaciones con números enteros:

a) $7x = 4x - 6$

b) $-2x = 9 - x$

c) $-6x = -24 + 2x$

d) $-2 - 3x + 5 = -5 - 8x + x$

e) $-15x + 12 + 3 \cdot (2x - 6) = 3x - (21x - 1) + 2$

f) $4 - 2 \cdot (3 - x) + 5x - 7 = 12x - 19$

g) $-3x + 2 - 5 \cdot (7 - 8x) = 4x + 3x - (2x + 3) + 27x$

h) $(8x - 6) : 2 = 3x - (6 - 2x) + 7$

i) $3x - 12 : 3 + 2 + 3 \cdot (x - 1) = 13$

j) $9 - 8 : 2 + 3x - 2 \cdot (x + 1) = 18 : 3 - 6 : 3 + 1$

2) Resolver las siguientes operaciones y ecuaciones con números racionales:

a) $\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{2}\right) : 2 =$

b) $\sqrt{\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{10}{3}} =$

c) $\frac{2}{3} \left(\frac{6}{5}x - \frac{3}{8}\right) + 1 = x - \frac{3}{4}$

e) $\frac{3}{4} + \frac{3}{2} \left(\frac{5}{6}x - \frac{1}{4}\right) = \frac{3}{2}x + \frac{2}{3}$

3) Resolver analíticamente los siguientes sistemas de ecuaciones lineales y representarlos gráficamente:

a) $\begin{cases} x + y = 3 \\ 2y = 3x - 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} y + 1 = 2x \\ 4 - y = \frac{1}{2}x \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3y + 6 = -2x \\ 2x - y = 10 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + 3y = 6 \\ \frac{1}{2}(5 + y) = x \end{cases}$

4) PLANTEAR Y RESOLVER (Intentarlo):

En 1994, cuando nació Matías, su padre tenía 24 años. ¿En qué año el padre de Matías tendrá el triple de la edad de su hijo?

5) Dadas las siguientes funciones hallar: dominio, imagen, raíces, ordenada al origen, coordenadas del vértice, identificar máximos y mínimos, intervalos de: crecimiento, decrecimiento, positividad, negatividad (lo que recuerden). Representar gráficamente cada una de ellas.

a) $y = x^2 - x - 6$

b) $y = -x^2 - 2x - 3$

c) $y = \frac{1}{3}x^2 - x - 4$